

## Analiza III Lista dodatkowa: rezonans

Równanie ruchu oscylatora tłumionego harmonicznego, na który działa siła wymuszająca  $F_0 \sin(\omega t)$  ma postać:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \gamma \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = F_0 \sin(\omega t).$$

Po podstawieniu  $1/\tau = m/\gamma$ ,  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ,  $\alpha_0 = F_0/m$  mamy

$$\ddot{x}(t) + \frac{1}{\tau} \dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = \alpha_0 \sin(\omega t).$$

Poszukać rozwiązanie tego równania postaci

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \phi).$$

Odpowiedź:

$$x(t) = \frac{\alpha_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega/\tau)^2}} \sin \left( \omega t + \arctg \left( \frac{\omega/\tau}{\omega^2 - \omega_0^2} \right) \right). \quad (*)$$

Rezonans jest wtedy, kiedy  $\omega = \omega_0$ . Jednak amplituda w powyższym rozwiązaniu jest maksymalna dla wartości  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 1/2\tau^2}$ . Otrzymać tę wartość znajdując minimum mianownika amplitudy w (\*).